

Chapitre O4 – Ondes progressives, ondes stationnaires

Les phénomènes ondulatoires se retrouvent dans de très nombreux domaines de la physique.

- En mécanique : ondes sismiques, ondes sonores, vagues à la surface de l'eau...
- En électromagnétisme : la lumière, les micro-ondes, les ondes radio, les rayons X...
- En mécanique quantique : dualité onde-corpuscule, ondes de matière...
- Et d'autres encore (ondes gravitationnelles, ondes de chaleur, etc.).

I) Les ondes

1) Qu'est-ce qu'une onde ?

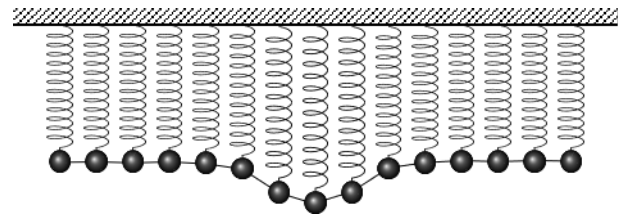
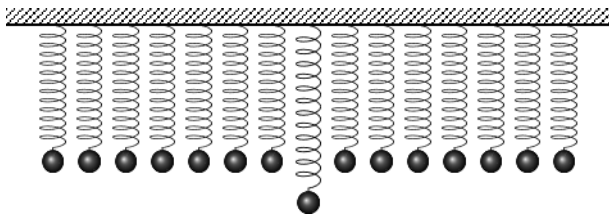
Définition :

Une **onde** correspond à la propagation d'une perturbation $s(M, t)$, donc d'énergie, sans propagation de matière.

Exemple :

Considérons une chaîne de systèmes
masse + ressort

. On écarte la masse centrale de sa position d'équilibre, puis on la lâche.



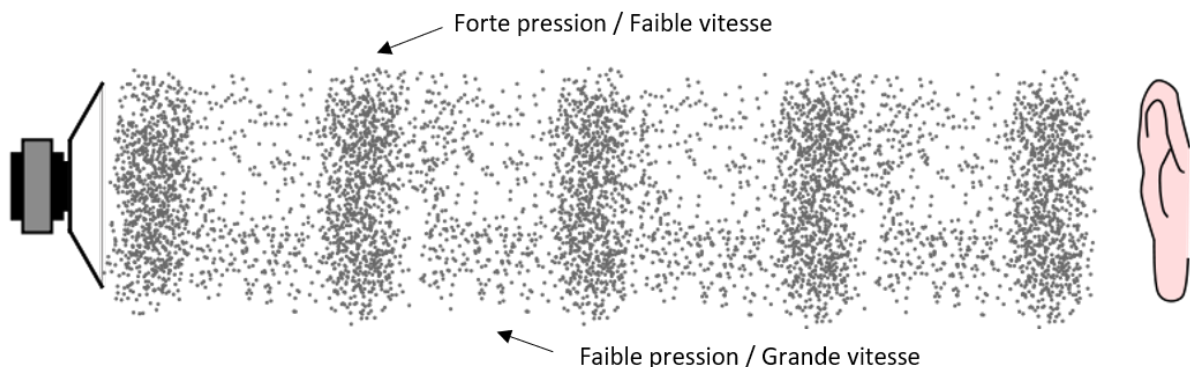
Pas de couplage : seule la masse centrale va osciller.
L'énergie initialement mise dans l'oscillateur central ne se propage pas.

L'altitude d'une masse est couplée à la force élastique subie par les masses voisines. La perturbation initiale va se propager latéralement, bien que chaque masse reste à la même position.

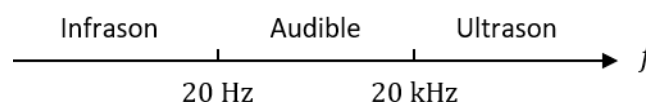
2) Exemples

Signaux acoustiques

Les grandeurs couplées sont la pression et la vitesse des particules.

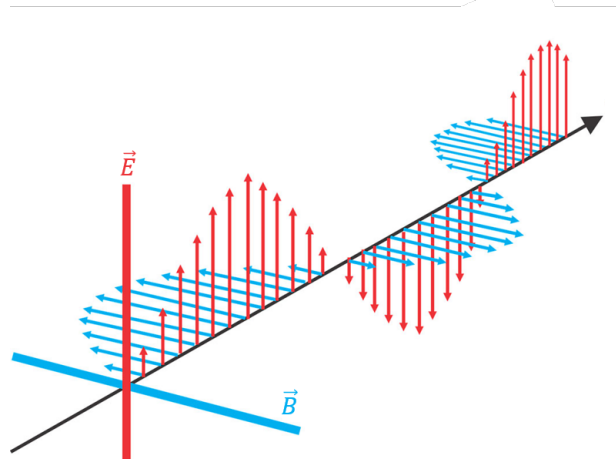


Fréquences :

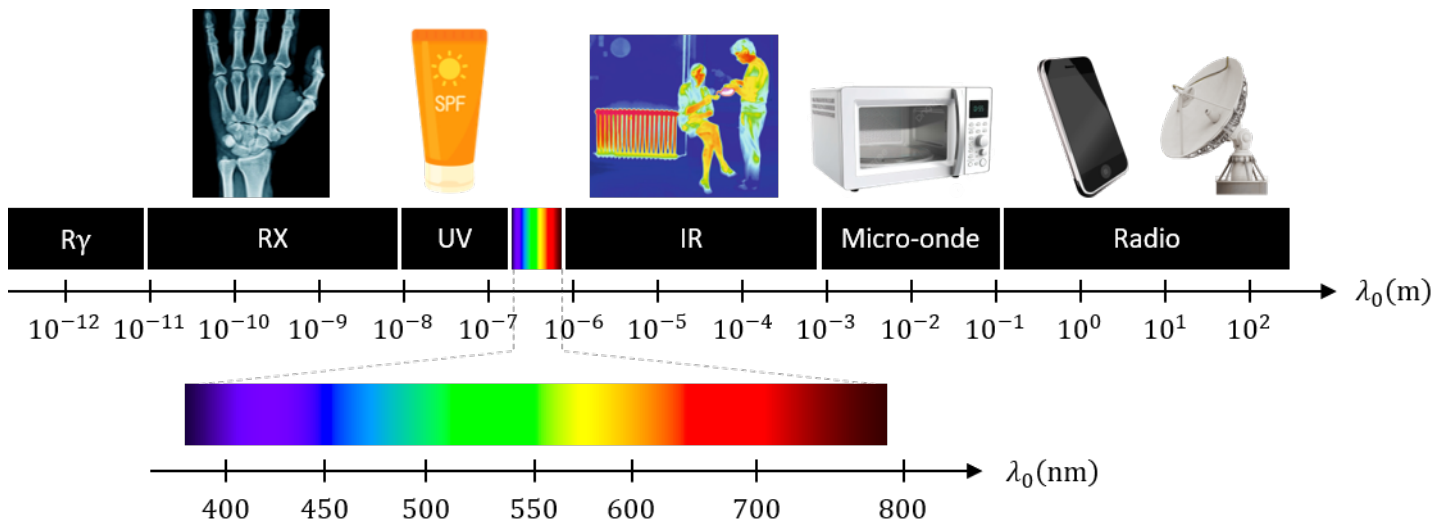


Ondes électromagnétiques

Lumière, UV, RX, ondes radio, etc. Toutes ces ondes résultent d'un couplage entre le champ électrique et le champ magnétique.



Fréquences :



II) Ondes progressives

1) Évolutions temporelle et spatiale

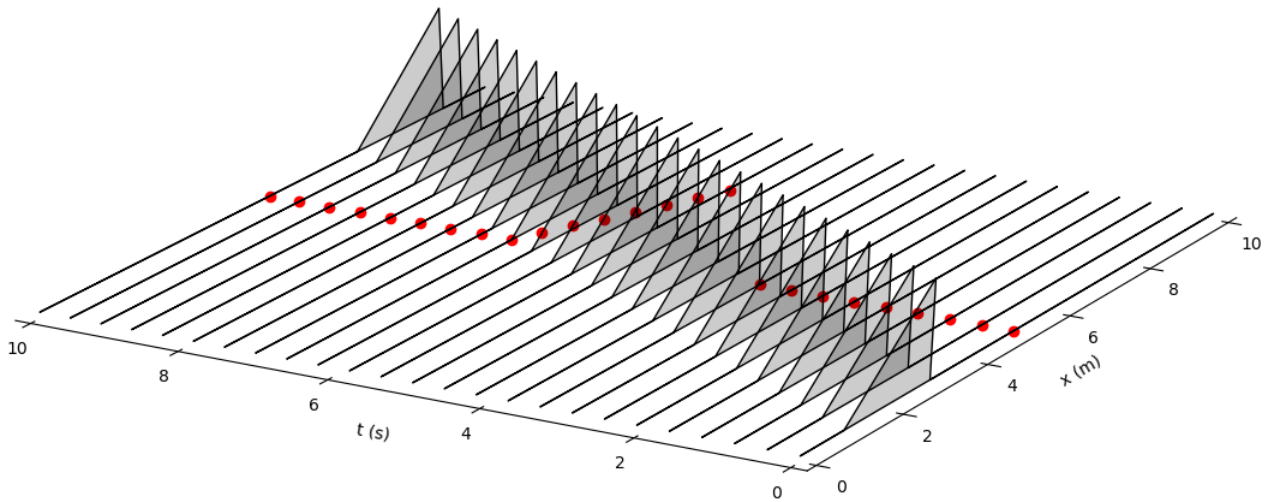
Définition :

Une onde progressive (OP) est une perturbation qui se retrouve identique à elle-même après une durée Δt et à une distance Δx .

Exemple :

Vague en forme de « triangle rectangle » qui se propage à la célérité c selon les x croissants. Attention ! La célérité de l'onde n'a rien à voir avec la vitesse locale des particules de fluide.

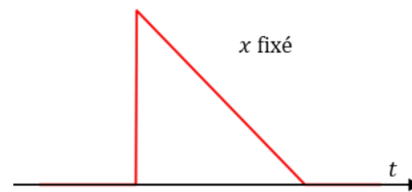
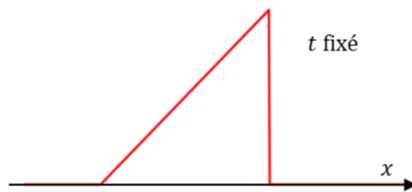
On place un flotteur (point rouge) au niveau de l'abscisse $x = 5$.



Version prof

Si on décide de faire un graphique 1D, il faut choisir entre :

- Le profil spatial de l'onde : on fixe le temps. C'est le cas d'une photographie.
- Le profil temporel de l'onde : on fixe l'espace. C'est le point de vue du flotteur rouge.



2) Expression mathématique d'une OP

Version prof

On a vu qu'une onde quelconque $s(x, t)$ dépendait de deux variables : l'espace et le temps. On va voir qu'une OP ne dépend que d'une seule variable.

Soit une fonction $f(x)$. Alors, la fonction $f(x \pm x_0)$ correspond à une translation de $f(x)$ vers les x croissants (si « - ») et décroissants (si « + »).

Notons $s(x, t = 0) = f(x)$ le profil spatial d'une OP en $t = 0$ et c la célérité de l'onde. Au temps t , l'onde s'est décalée de ct vers les x croissants ou décroissants (selon le sens de propagation). Elle est donc décrite par la fonction :

$$s(x, t) = f(x \pm ct) \quad \text{avec : « - » vers les } x \text{ croissants et « + » vers les } x \text{ décroissants}$$

Conclusion :

Une OP s'écrit nécessairement sous la forme $f(x \pm ct)$. Un signe « - » signifie que l'onde se propage vers les x croissants et un signe « + » signifie que l'onde se propage vers les x décroissants

III) Ondes progressives harmoniques

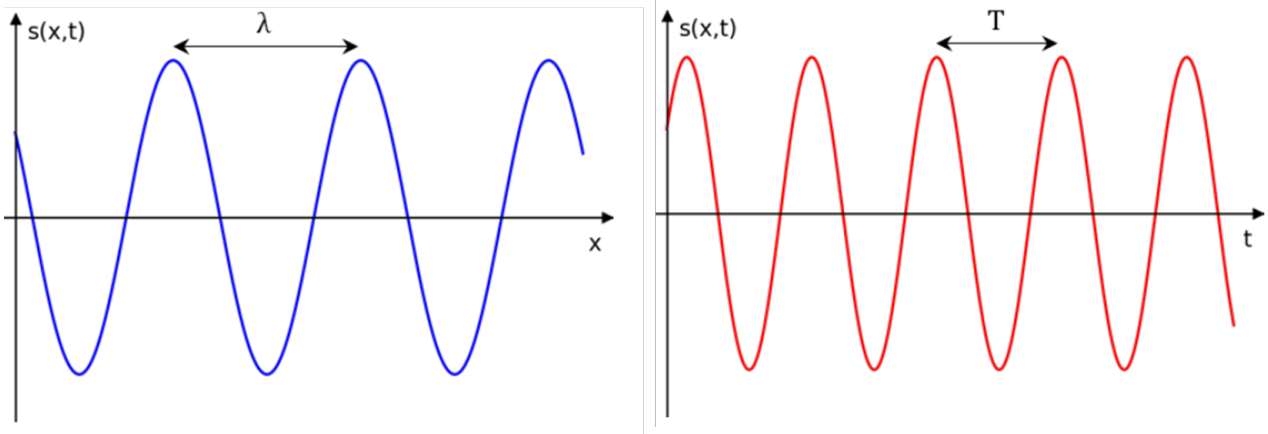
1) Définition

Version prof

Une OPH (ou OP sinusoïdale) est une OP qui s'écrit sous la forme :

$$s(x, t) = S_0 \cos(\omega t \pm kx + \phi) \quad \text{avec : } c = \frac{\omega}{k}$$

Profils spatial (gauche) et temporel (droite) :



On constate donc qu'une OPH possède une double périodicité, spatiale et temporelle.

Vocabulaire :

- **Période** : T en s
- **Fréquence** : $f = \frac{1}{T}$ en $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
- **Pulsation** : $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
- **Longueur d'onde** (période spatiale) : λ en m
- **Nombre d'onde** (fréquence spatiale) : $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ en m^{-1} , surtout utilisé en spectroscopie IR
- **Vecteur d'onde** (pulsation spatiale) : $k = 2\pi\sigma = \frac{2\pi}{\lambda}$ en $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$, mais très souvent noté en m^{-1}

2) Déphasage entre deux OPH

Soit deux OPH de même pulsation ω . On appelle **déphasage** la différence de phase entre les deux OPH. En physique, on choisit $\Delta\phi$ modulo 2π de sorte que $-\pi < \Delta\phi \leq \pi$.

Vocabulaire

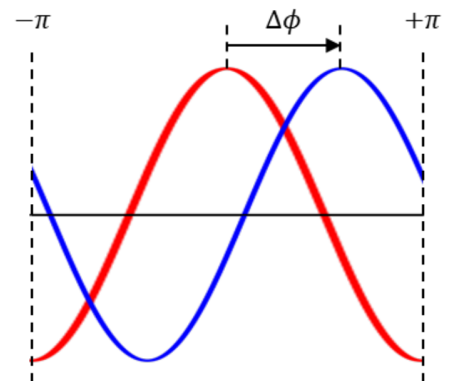
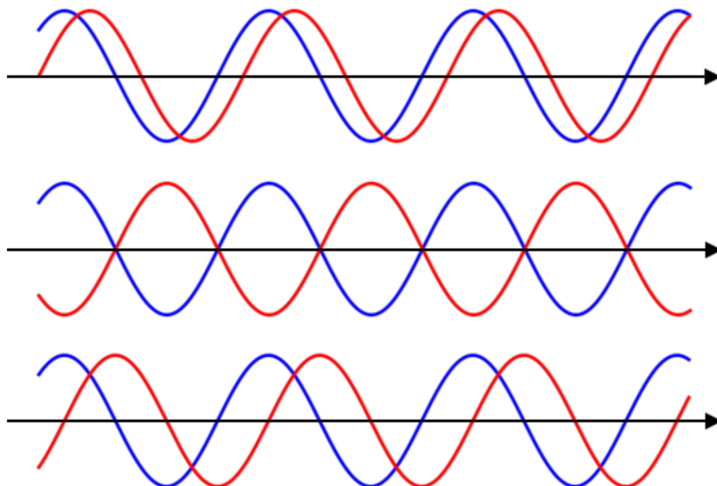
Le signal qui atteint son maximum avant l'autre est dit en **avance de phase**. L'autre est dit en **retard de phase**.

Si $\Delta\phi = 0$, les signaux sont dits **en phase**.

Si $\Delta\phi = \pm\pi$, les signaux sont dits **en opposition de phase**.

Si $\Delta\phi = \pm\frac{\pi}{2}$, les signaux sont dits **en quadrature de phase**.

Exemples :



Déphasage temporel :

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$$

Déphasage spatial :

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

IV) Ondes stationnaires

1) Définition

Une **onde stationnaire** (OS) est une onde dont la représentation mathématique est :

$$s(x, t) = f(t) \times g(x)$$

Une **onde stationnaire harmonique** (OSH) est de la forme :

$$s(x, t) = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \phi) \quad \text{avec : } c = \frac{\omega}{k}$$

Une OS peut toujours s'écrire comme une superposition d'OSH. C'est sa décomposition en série de Fourier.

Physiquement, une OSH correspond à une superposition de deux OPH de même amplitude se propageant dans des directions contraires. En effet, on rappelle que :

$$2 \cos(a) \cos(b) = \cos(a + b) + \cos(a - b)$$

On en déduit :

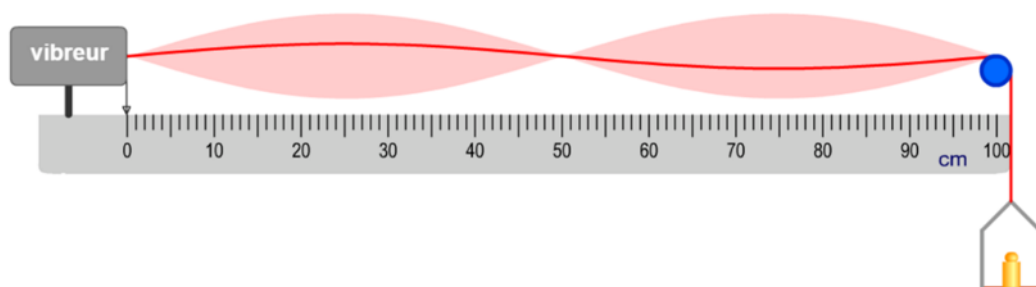
$$s(x, t) = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \phi) = \frac{S_0}{2} \left[\underbrace{\cos(\omega t + kx + \varphi + \phi)}_{\text{OPH-}} + \underbrace{\cos(\omega t - kx + \varphi - \phi)}_{\text{OPH+}} \right]$$

Une OSH est une onde qui oscille « sur place », l'énergie ne se propage pas.

✚ [https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr//Ondes/ondes_stationnaires/stationnaires.php] (https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr//Ondes/ondes_stationnaires/stationnaires.php)

2) Expérience de la corde de Melde

On considère l'expérience ci-dessous. À l'une de ses extrémités, une corde est tendue à l'aide d'une poulie et d'une masse. À l'autre, un pot vibrant permet de créer une onde de fréquence égale à la fréquence de vibration.



On se place en régime sinusoïdal établi. Soit une OSH de pulsation ω (celle du générateur).

$$y(x, t) = Y_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \phi)$$

La vibration du pot vibrant étant de très faible amplitude, on pourra considérer que $y(x = 0, t) \simeq 0$. Ainsi,

$$y(0, t) = Y_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(\phi) \Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow y(x, t) = Y_0 \cos(\omega t + \varphi) \sin(kx)$$

De plus, la condition aux limites au niveau de la poulie s'écrit : $y(x = L, t) = 0$

$$y(L, t) = Y_0 \cos(\omega t + \varphi) \sin(kL) \Rightarrow k_n L = n\pi \Rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L} \text{ avec : } n \in \mathbb{N}^*$$

On en déduit :

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n} \text{ et } f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L} \text{ avec : } n \in \mathbb{N}^*$$

Seules certaines fréquences peuvent exister dans la corde. Ces fréquences s'appellent les **modes propres** de la corde et ne dépendent que de c et de L .

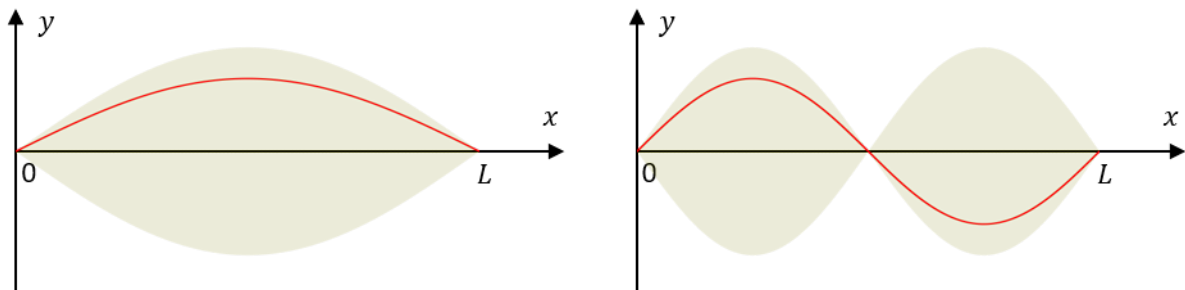
Considérons le mode n à une position x fixée.

$$y_n(x, t) = A_n(x) \cos(\omega_n t + \varphi) \text{ avec : } A_n(x) = Y_0 \sin(k_n x) = Y_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Il s'agit d'une onde harmonique dont l'amplitude $|A(x)|$ dépend de la position x considérée. Il existe des x où l'amplitude est nulle $|A(x)| = 0$. On parle de **nœuds**. Il existe des x où l'amplitude est maximale $|A(x)| = Y_0$. On parle de **ventres**.

Le mode n possède n ventres et $n + 1$ nœuds.

Version prof



Lorsqu'une corde d'un instrument de musique vibre à la suite de l'action du musicien, l'onde est une superposition des modes propres de la corde. Ces vibrations sont transmises dans l'air et perçues par notre oreille. Le mode fondamental correspond à la fréquence de la note jouée et un mode numéro $n \geq 2$ correspond à l'harmonique n de cette note.